

Nociones Elementales de Cointegración

Enfoque de Engle-Granger

Visiten Otras Notas de Clase en:
<http://webdelprofesor.ula.ve/economia/hmata>

Profesor Titular de la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales (FACES) de la Universidad de los Andes (ULA). No hay ninguna pretensión de originalidad en estas notas. Las mismas existen por todas partes. Mi mayor contribución, si acaso alguna, consistió en ubicarlas, sistematizarlas, adaptarlas y publicarlas para beneficio de Estudiantes de la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales de la Universidad de los Andes.

Conceptos de Cointegración

Desde el punto de vista de la Economía

Se dice que dos o mas series están cointegradas si las mismas se mueven conjuntamente a lo largo del tiempo y las diferencias entre ellas son estables (es decir estacionarias), aún cuando cada serie en particular contenga una tendencia estocástica y sea por lo tanto no estacionaria. De aquí que la cointegración refleja la presencia de un equilibrio a largo plazo hacia el cual converge el sistema económico a lo largo del tiempo. Las diferencias (o término error) en la ecuación de cointegración se interpretan como el error de desequilibrio para cada punto particular de tiempo.

Desde el punto de vista de la Econometría

Dos o más series de tiempo que son no estacionarias de orden $I(1)$ están cointegradas si existe una combinación lineal de esas series que sea estacionaria o de orden $I(0)$. El vector de coeficientes que crean esta serie estacionaria es el vector cointegrante.

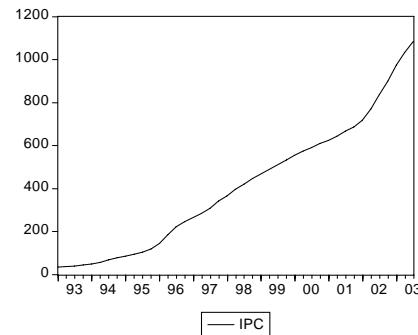
Las mayoría de las series económicas son **no estacionarias** por cuanto comparten tendencias estocásticas comunes.

El profesor Clive Granger, Premio Nobel de Economía en el año 2003, fue el primero en llamar la atención sobre la existencia de tendencias comunes en las series econométricas. Según él ésta es la causa principal de los **resultados espurios** obtenidos en las estimaciones econométricas realizadas antes del año 1980.

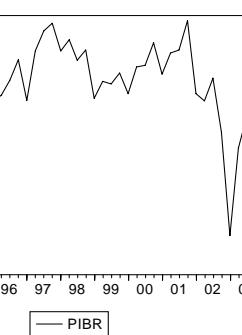
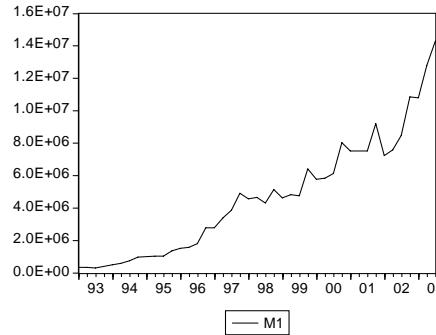
Los métodos econométricos desarrollados por los Profesores Engle y Granger en el año 1987 se aplican fundamentalmente a **series estacionarias**.

Características de las Series Temporales

- La mayoría de las Series tienen una **tendencia**. Su valor medio cambia con el tiempo. Son las llamadas **Series no estacionarias**.
- Algunas Series describen “**meandros**”, es decir, suben y bajan sin ninguna tendencia obvia o tendencia a revertir hacia algún punto
- Algunas series presentan “**Shocks**” persistentes. Los cambios repentinos en estas series tardan mucho tiempo en desaparecer
- Algunas series se **mueven conjuntamente**, es decir tienen “co movimientos positivos”, ejemplo: diferentes tasa de interés
- La “**Volatilidad**” de algunas Series varía en el tiempo. Muchas series pueden ser más variables en una año que en otro



HL Mata



Procedimientos de Cointegración

Engel-Granger (1987)

- ✓ Aplicable a modelos uniecuacionales de dos (o más variables ?)
- ✓ Método en dos etapas basado en los residuos estimados
- ✓ Asume a priori que existe un solo vector de cointegración en el modelo
- ✓ El resultado de este método de cointegración puede cambiar dependiendo de cual variable se seleccione como dependiente

Johansen, S. (1988,1991)

- ✓ Aplicable a sistemas de ecuaciones
- ✓ Este método está basado en modelos VAR (Vectores autorregresivos).
- ✓ Es un test de máxima verosimilitud que requiere muestras grandes (100 ó más datos)
- ✓ Prueba la existencia de múltiples vectores de cointegración entre las variables, mediante la prueba de la Traza y del Eigenvalue máximo
- ✓ Descansa fuertemente en la relación entre el rango de la matriz y sus raíces características

Procedimiento de Engle y Granger

Quienes son Engle y Granger?

Robert F. Engle y Clive W.J. Granger

Recibieron el premio Nobel en Economía en el año 2003.

Estos laureados desarrollaron métodos que capturan dos de las propiedades claves más importantes de las series temporales, a saber:

Granger: métodos para analizar series temporales con tendencias comunes (**Cointegración**)

Engle: métodos para analizar las series temporales con volatilidad variable en el tiempo (modelos **ARCH**)

Procedimiento de Engle-Granger

1. Determinar el Orden de Integración de cada una de las Variables a ser incluídas en el Modelo:
 - Si las series son estacionarias de orden $I(0)$ apliquen el procedimiento estandard de MCO. Resultado: parámetros exactos y superconsistentes.
 - Si las series resultan integradas de diferente orden, tales como: $I(0)$, $I(1)$, $I(2)$ es posible concluir que las mismas no estén cointegradas. La aplicación de MCO producirá resultados espurios: R^2 , F_c y t_t altos y DW_c bajo
 - Finalmente, puede ocurrir que las series tengan el mismo orden de integración, digamos $I(1)$. En general: cualquier combinación lineal de variables $I(1)$ será también $I(1)$. Pero puede haber alguna combinación lineal particular entre las variables $I(1)$ que sea estacionaria, es decir: $I(0)$. Para determinarlo, ejecuten el paso 2
2. Especificar y Estimar la Relación Funcional a Largo Plazo y contrastar si los residuos tienen una raíz unitaria o no
3. Guardar los Residuos Estimados
3. Prueba de Cointegración en los Residuos Estimados
4. Estimar el Modelo de Corrección de Errores si las variables están cointegradas

Datos: Descripción

Los series utilizadas en esta nota se obtuvieron de la Tabla 21-1, Información Macroeconómica, Estados Unidos, 1970.1 a 1991.4. Damodar N. Gujarati (2003) Basic Econometrics, McGraw Hill, 5ta edición.

El procedimiento de la diapositiva 11 les ayudarán a bajar los datos, guardarlos en formato .XLS e importarlos posteriormente desde la aplicación EViews

Series Trimestrales:

Tamaño de la muestra: 1970.1 - 1991.4

Series originales (Level: en su forma original, sin transformación):

PCE = Gasto Consumo Personal

PDI = Ingreso Personal Disponible

Series transformadas en logarítmicas (o en tasas de cambio)

LPCE = Logaritmo de la serie PCE

LPDI = Logaritmo de la serie PDI

Procedimiento para bajar los datos desde Internet

1. Visiten la dirección: <http://www.estima.com/Gujarati's%20Basic%20Econometrics.shtml>
2. En la página **Textbook Examples Files. Gujarati's Basics Econometrics**, hagan clic en el hipertexto **Gujarati Vers5.zip** para mostrar su contenido. Clic en **Abrir**
3. Hallarán el archivo **table21-1.prn** en la 1ra fila de la ventana WinZip, Gujarati[1].zip
4. Hagan doble clic sobre dicho archivo y Maximicen su ventana
5. Hagan clic en el menú **Archivo** y seleccionen **Guardar Como**. En Nombre del archivo, escriban **Table21-1** o cualquiera otro: Cierren todas las ventanas
6. Abran la Aplicación **MS Excel**. Hagan clic en **Archivo–Abrir**. En tipo de archivo seleccionen: **Archivos de texto**. En nombre de archivo: seleccionen **Table21-1.prn**
7. En tipo de los datos originales, seleccionen: **De ancho fijo**
8. En origen de los tados, seleccionen: **Windows (ANSI)**. Clic en **Siguiente**
9. Arrastren las barras a las columnas **10, 20, 30, 40** y **50**, respectivamente para delimitar las series: **GDP, PDI, PCE, PROFITS y DIVIDENDS**. Clic en **Siguiente**
10. En formato de los datos en columna, seleccionen: **No importar Columna. Finalizar**
11. Clic en el menú **Edición** y seleccionen **Reemplazar**.
12. En el cuadro de texto **BUSCAR** escriban un punto (.) y en **REEMPLAZAR POR** una coma (,). Hagan clic en el botón **Reemplazar todo** y luego en **Cerrar**
13. Hagan Clic en **Archivo- Guardar como**. En Nombre del archivo, escriban **USA**
14. En Guardar como tipo, seleccionen **Libro de Microsoft Office Excel**. Clic en **Guardar**
15. Importen el archivo desde la aplicación **Econometric Views (EViews)**

Importar Datos desde MS Excel

Abran la aplicación Econometric Views (Eviews):

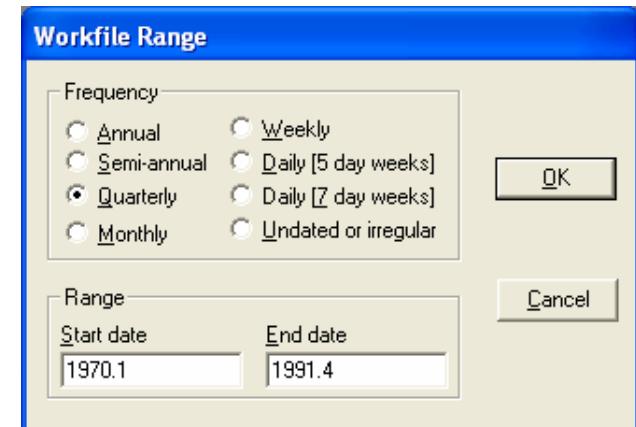
File – New – Workfile:

En **Frequency**, seleccionen: **Quarterly**

En **Start date**, escriban: 1970.1

En **End date**, escriban: 1991.4. Clic **OK**

Procs - Import - Read Text-Lotus-Excel:



En buscar en: seleccionen: **USA** En tipo: **Text-ASCII[*.*]**. Clic Abrir.

En la sección Name for series or... escriban los nombres de las series separadas por espacios en blanco, es decir: **GDP PDI PCF PROFITS DIVIDENDS**. Clic **OK**

File – Save As:

En Guardar en: Selecionen el directorio donde se guardará el archivo.

En Nombre: escriban **USA**

En Tipo: debe estar seleccionado **Workfile (*.wf1)**. Clic en **Guardar**

Determinar el Orden de Integración de cada una de las Series a ser Incluidas en el Modelo

Orden de Integración. Definición

- El orden de integración se refiere al número de veces que se debe diferenciar una serie de tiempo (calcular su primera diferencia) para convertirla en una serie estacionaria
- Se dice que una serie de tiempo está integrada de orden d , escrita **I(d)**, si después de diferenciarla d veces se convierte en estacionaria.
- Las series que son estacionarias sin diferenciar se denominan **I(0), ruido blanco**
- Si se calcula la primera diferencia de una serie y ésta se vuelve estacionaria, se dice entonces que la misma está integrada de orden **I(1), random walk**.
- Si la integración se alcanza después de calcular la segunda diferencia, se dirá que la serie está integrada de orden 2, es decir **I(2)**
- Si una combinación lineal de 2 variables **I(1)** genera errores **I(0)**, se dice que las 2 variables están cointegradas
- Si dos variables están integradas de diferentes órdenes, digamos que una es **I(1)** y la otra de orden **I(2)**, no habrá cointegración
- En economía sólo tienen importancia las series integradas de orden **I(1)**.

¿ Cuál es el orden de integración de nuestras variables PCE e DPI ?

Pruebas Informales para Identificar Series No estacionarias

- Representación gráfica de las series
- Correlograma
- Estadístico Q de Box-Pierce
- Estadístico LB de Ljung-Box

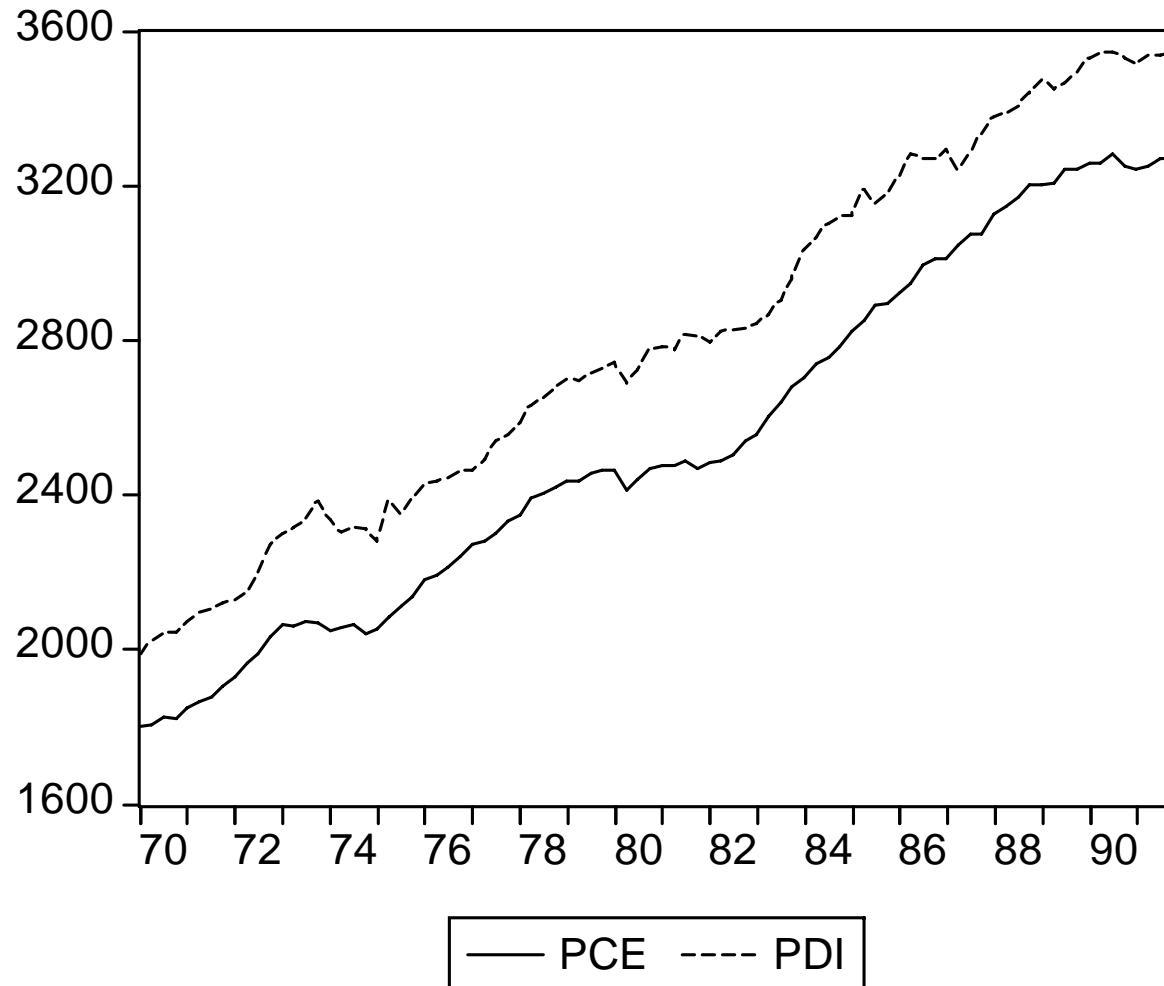
Representación Gráfica de las Series

Abran la Aplicación **Eviews**:

- Clic en **File – Open – WorkFile - A: - USA.wf1 – Abrir**
- Clic sobre la variable (serie) **PCE** para seleccionarla
- Manteniendo oprimida la tecla **Control** hagan clic sobre **PDI**
- Hagan doble clic sobre la serie **PCE** y seleccionen **Open Group**
- Clic en **View** (del archivo de trabajo) – **Graph - Line**

Observen en la próxima diapositiva como las variables PCE y PDI crecen (también pueden decrecer) constantemente en el tiempo. Este comportamiento es característico de series **No estacionarias**.

Plot de las Series PCE y PDI



Transformación de las Series en Primeras Diferencias

Clic en el botón de **Cerrar** (botón rojo inferior) para cerrar la Ventana del Grupo
Clic en el botón de comando **YES** para confirmar el cierre

Calcular Primeras Diferencias:

Clic en **Quick - Generate Series** y escriban: **DPCE=PCE-PCE(-1)**. Clic **OK**
Clic en **Quick - Generate Series** y escriban: **DPDI=PDI-PDI(-1)**

Representar las Series en Primeras Diferencias

Seleccionen las variables Transformadas **DPCE** y **DPDI**, respectivamente

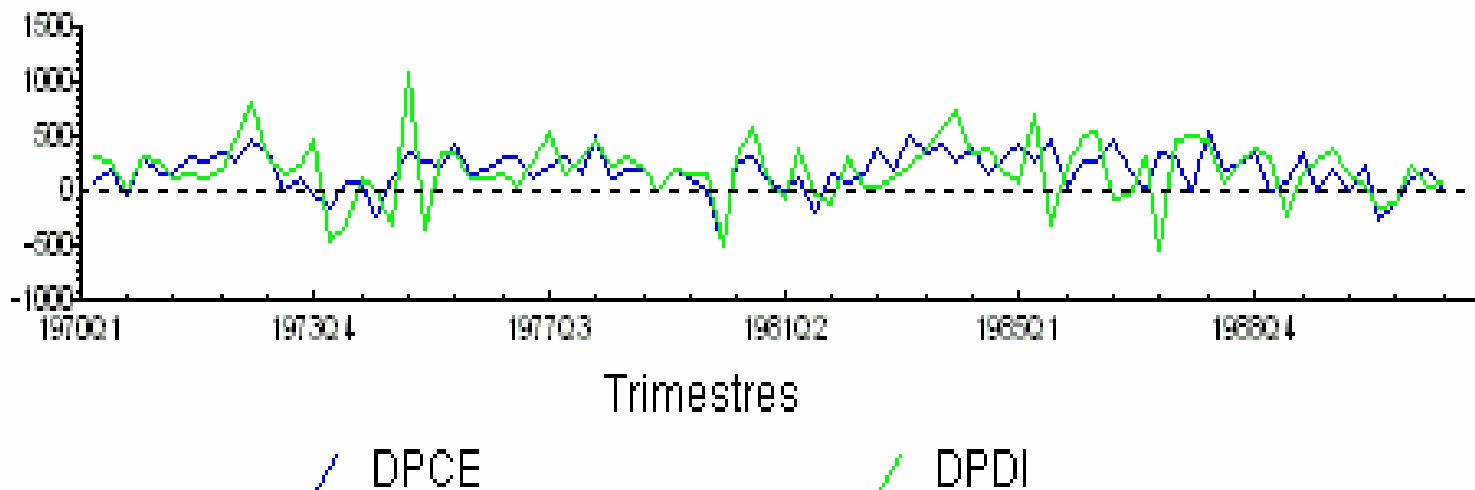
Doble clic sobre la serie **DPCE** y seleccionen **Open Group**

Clic en **View** (archivo de trabajo) – **Graph - Line**

Inspeccionen las gráfica de las series en la diapositiva 19. Noten que las mismas se alejan y regresan a unos valores medio. Esos valores no son otros que la media y la varianza. Las series que exhiben este tipo de comportamiento se denominan series estacionarias.

Representación Gráfica de las Series PCE y PDI en Primeras Diferencias

El Plot de las dos series se hizo con el software MicroFit, versión 4.1.



Las Series parecen moverse no alrededor del tiempo sino alrededor de sus Medias, Varianzas y Covarianzas, característica de las series estacionarias

Función de Autocorrelación

La función de autocorrelación de la serie **PCE** da la correlación teórica entre los valores de la serie en el período **t** y sus valores en el tiempo **t+k**, para todo valor de k desde 1 hasta **n**, cuya fórmula de cálculo es la siguiente:

$$\rho_k = \frac{\text{cov}(x_t, x_{t+k})}{\sqrt{\text{var}(x_t)} \text{var}(x_{t+k})} = \frac{\gamma_k}{\sqrt{\gamma_0 \gamma_0}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad \text{para todo } k = 1, \dots,$$

Regla de decisión:

Los coeficientes de autocorrelación de los **procesos estacionarios** tienden a cero (0) rápidamente a medida que aumenta el número de retardos K

Los coeficientes de autocorrelación de los **procesos no estacionarios** decaen muy lentamente, a cero (0), a medida que aumenta K

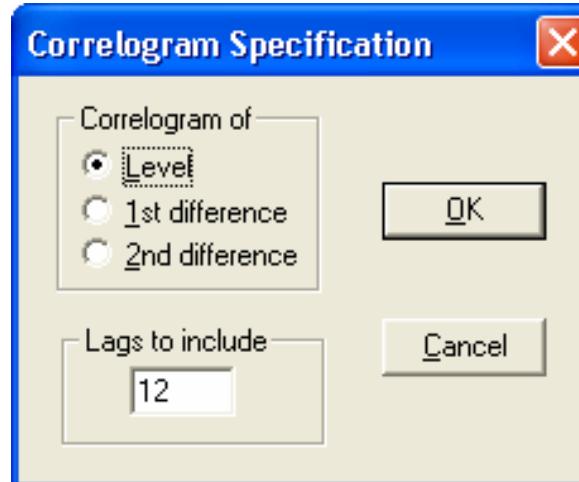
El gráfico del correlograma es una herramienta importante en el análisis de las series temporales. Noten los valores de ρ_k (rho) en las dispositivas 25 y 26

Pasos para Realizar el Correlograma

Clic en el botón de **Cerrar** (botón rojo inferior) para cerrar la Ventana del Grupo
Clic en el botón de comando **YES** para confirmar el cierre

Doble clic sobre la serie **PCE**

Clic en **View - Correlograma** (Seleccionen Level y hasta $\frac{1}{4}$ de las observaciones de la muestra).



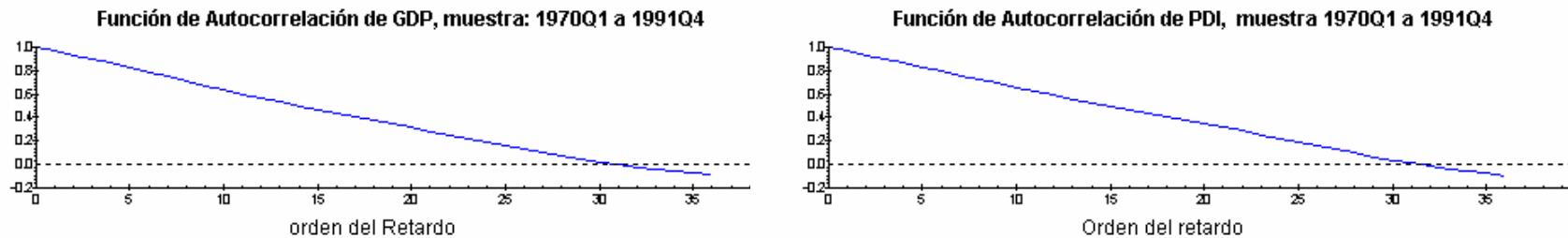
Clic en el botón **OK**.

Repitan el procedimiento, pero ahora seleccionen Primeras Diferencias.
Comparan el comportamiento de ambos correlogramas. Que conclusión sacan de ellos?

Correlograma de las Series PCE e PDI

Método para determinar si una serie es estacionaria. Representar los valores de la función de autocorrelación muestral (ACF, por sus siglas en inglés) con respecto a la longitud del retardo. En nuestro ejemplo, la longitud del retardo es 36

Correlogramas de las series PCE e PDI con 36 retardos, hechos en MicroFit 4.1



Reglas de decisión:

Serie No Estacionaria: El correlograma empieza en un valor muy alto y decae muy lentamente hacia cero. De acuerdo con esto, nuestras series son no estacionarias

Serie Estacionaria: El correlograma decae rápidamente después del primer retardo

Prueba de hipótesis de Q y LB

1. Planteamiento de hipótesis:

$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$ Serie es White noise = Estacionaria

$H_1 : \rho_1 = \rho_2 \neq \dots \neq \rho_k \neq 0$ Serie Random walk = No estacionaria

Número de retardos recomendados: un 25 % del total de las observaciones

2. Estadísticos de Box-Pierce (Q) y Ljung-Box (Q). Gujarati, p.701

$$Q_{BP} = n \sum_{k=1}^m \hat{\rho}_k^2 \quad Q_{LB} = n(n+2) \sum_{k=1}^m \left(\frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k} \right) \cong \chi_m^2$$

3. Regla de decisión:

Rechacen a H_0 si el valor de probabilidad es menor o igual que el nivel = 0.05

No rechacen a H_0 si el valor de la probabilidad es mayor que el nivel = 0.05

4. Conclusión:

Dado que las probabilidades asociadas a los estadísticos Q son menores que el nivel alfa igual a 0.05, se concluye que las series son no estacionarias

Valores de Probabilidad - *P-values*

Aparece en el análisis de regresión con el título **[Prob]**. P es la abreviatura de Probabilidad

[Prob]. Especifica el nivel de significación más bajo al cual se puede rechazar la hipótesis nula

Prueba de hipótesis con el p-value y/o (Prob)

1. Definan previamente el nivel de significación
2. Regla de decisión:

- Rechace H_0 si $p \leq \alpha$
- No rechace a H_0 si $p > \alpha$

En estadística es convencional rechazar la hipótesis nula con un nivel de significación $\alpha = 0.05$. Cuando se rechaza la hipótesis nula se dice que los resultados del estudio son estadísticamente significativos al nivel α

¿Qué interpretación se les da a los p-values o valores de las probabilidades?:

P<.10 No significativo **0.05<p<0.10** marginalmente significativo **0.01<p<0.01** Significativo

0.001<p<0.01 altamente significativo **p<0.01** demasiada significativo

Serie PCE. Estadísticos Box-Pierce y Ljung-Box

Orden	Coeficiente Autocorrela.	Standard Error	Box-Pierce Estadístico Q	Ljung-Box Estadístico
1	.96891	.10660	82.6134[.000]	85.4621[.000]
2	.93525	.18083	159.5870[.000]	166.0159[.000]
3	.90136	.22930	231.0825[.000]	241.7170[.000]
4	.86579	.26654	297.0469[.000]	312.3932[.000]
5	.82982	.29678	357.6434[.000]	378.1002[.000]
6	.79122	.32207	412.7341[.000]	438.5656[.000]
7	.75193	.34345	462.4895[.000]	493.8494[.000]
8	.71250	.36167	507.1635[.000]	544.1077[.000]
9	.67491	.37729	547.2475[.000]	589.7729[.000]
10	.63814	.39077	583.0827[.000]	631.1213[.000]

Estadísticos calculados con MicroFit. Los valores entre corchetes son valores de Probabilidad.

Rechace a H_0 si el valor de la probabilidad asociada al los estadísticos Q [valores entre corchetes] es menor o igual que el nivel de significación 0.05

Observen a los estadísticos Q y LB y a sus correspondientes valores de Probabilidad: Todos son significativos por ser menores que el nivel alfa 0.05. Esto obliga a rechazar la hipótesis nula H_0 : Serie PCE es estacionaria. Por lo tanto, la serie PCE es no estacionaria por el hecho de poseer una raíz unitaria

Serie PDI. Estadísticos Box-Pierce y Ljung-Box

Orden	Coeficiente Autocorrela.	Standard Error	Box-Pierce Estadístico Q	Ljung-Box Estadístico
1	.96699	.10660	82.2863[.000]	85.1237[.000]
2	.93425	.18060	159.0952[.000]	165.5052[.000]
3	.90142	.22902	230.5997[.000]	241.2158[.000]
4	.86762	.26631	296.8437[.000]	312.1915[.000]
5	.83310	.29669	357.9201[.000]	378.4190[.000]
6	.79829	.32218	413.9999[.000]	439.9700[.000]
7	.76253	.34393	465.1683[.000]	496.8237[.000]
8	.72655	.36263	511.6215[.000]	549.0836[.000]
9	.69147	.37881	553.6973[.000]	597.0181[.000]
10	.65661	.39289	591.6376[.000]	640.7953[.000]

Estadísticos calculados con MicroFit. Los valores entre corchetes son valores de Probabilidad

Rechace a H_0 si el valor de la probabilidad asociada al los estadísticos Q [valores entre corchetes] es menor o igual que el nivel de significación 0.05

Observen a los estadísticos Q y LB y a sus correspondientes valores de Probabilidad: Todos son significativos por ser menores que el nivel alfa 0.05. Esto obliga a rechazar la hipótesis nula H_0 : Serie PDI es estacionaria. Por lo tanto, la serie PDI es no estacionaria por el hecho de poseer una raíz unitaria

Pruebas Formales para Identificar Series No estacionarias

1. Estadístico de Dickey-Fuller (DF)
2. Estadístico Aumentado de Dickey-Fuller (ADF)
3. Estadístico de Phillips-Perron (PP)

Prueba de Dickey-Fuller (DF)

Antes de someter los datos a procesamiento electrónico Uds. deben investigar previamente si las series son o no estacionarios. Los resultados estimados a partir de series no estacionarias son espurios. No tienen significado alguno.

Dickey y Fuller (1979) sugieren las siguientes ecuaciones para determinar la presencia o no de raíces unitarias. Gujarati, página 703.

$$\begin{aligned}\Delta Y_t &= \delta Y_{t-1} + u_t \\ \Delta Y_t &= \alpha + \delta Y_{t-1} + u_t \\ \Delta Y_t &= \alpha + \beta T + \delta Y_{t-1} + u_t\end{aligned}$$

La diferencia entre estas tres regresiones envuelve la presencia de componentes determinísticos: **Intercepto (drift) y tendencia (T)**. La primera es un modelo puramente aleatorio. La segunda añade un intercepto o término de deriva, **drift** y la tercera incluye intercepto y un término de tendencia

El parámetro de interés en las 3 regresiones es δ .

Pasos para la Prueba de Hipótesis

1. Planteamiento de hipótesis:

$H_0 : \delta = 0$ La Serie es no estacionaria : Tiene una raíz unitaria

$H_1 : \delta \neq 0$ La Serie es estacionaria

2. Estadísticos para la prueba

t^* = tau = ADF y los valores críticos de MacKinnon

3. Regla de decisión: Comparen el valor de **tau** con los valores críticos de MacKinnon

Si $|t^*| \leq |\text{valor crítico } DF| \Rightarrow \text{Rechace a } H_0$. Serie estacionaria

Si $|t^*| > |\text{valor crítico } DF| \Rightarrow \text{Acepte a } H_0$. Serie No Estacionaria

4. Conclusión:

PCE ... Como $|t^*| > |\text{valor crítico } DF|$... Serie no estacionaria

PDI ... Como $|t^*| > |\text{valor crítico } DF|$ Serie no estacionaria

Prueba Aumentada de Dickey Fuller (ADF)

La prueba aumentada de Dickey-Fuller (ADF) es una versión de la prueba de (DF) para modelos de series de tiempo mucho más grandes y complicados.

La ADF es un número negativo. Mientras más negativo sea el estadístico ADF (con respecto a los valores críticos) más fuerte será el rechazo de la hipótesis nula sobre la existencia de una Raíz Unitaria o no estacionariedad

La ecuación de regresión ADF se basa en las regresiones de la diapositiva 28, pero aumentándolas con términos retardados de la variable

$$\Delta Y_t = \alpha + \beta T + \delta Y_{t-1} + \gamma \sum_{i=1}^{\rho} Y_{t-i} + e_t$$

Use este estadístico cuando la prueba de DF no pueda corregir la correlación serial en los residuos. El propósito de los retardos $\gamma \sum \Delta Y_{t-i}$ es asegurar que los residuos sean ruido blanco. ¿Cuántos retardos usar?. Empiecen con 6 retardos y vayan disminuyendo gradualmente su número hasta que el estadístico indique que se ha corregido la autocorrelación.

Prueba de Raíz Unitaria con el EViews

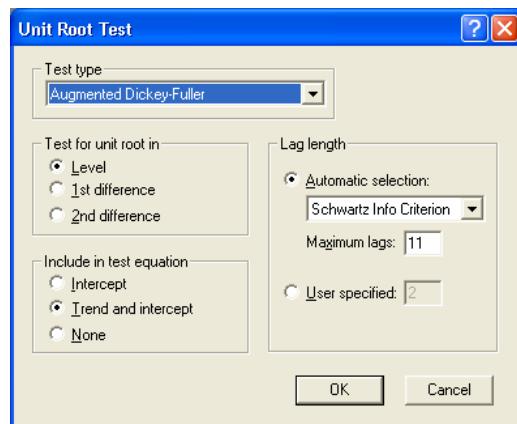
Clic en el botón **Cerrar** (botón rojo inferior) para cerrar la Ventana del Grupo

Doble clic sobre la serie **PCE**:

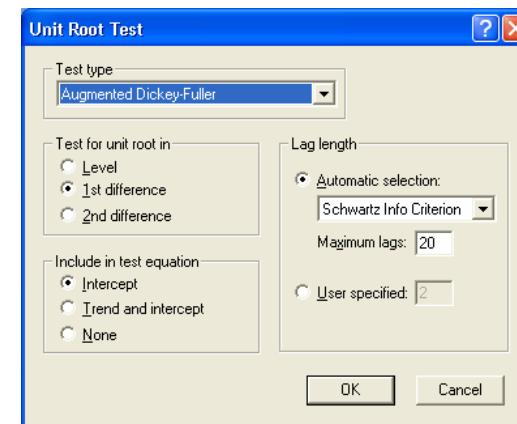
Clic en **View - Unit Root Test - Augmented Dickey Fuller -Level – Trend and Intercept – Schwartz Info. Criteria- OK.**

Clic en **View - Unit Root Test - Augmented Dickey Fuller - 1st difference – Intercept – Schwartz Info. Criteria- OK**

Maximum Lags: 11 OK



Maximum Lags: 11 OK



Acepte a $H_0 : | -2.215287 | \leq | \text{Valores críticos} |$
Estadístico Durbin Watson: **2.085875**

Rechace a $H_0 : | -6.630339 | > | \text{Valores críticos} |$
Estadístico Durbin Watson: **2.034425**

Prueba de Raíz Unitaria, Serie PCE

Level (Intercepto y tendencia y 3 retardos):

	t-Statistics	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.215287	0.4749
Test critical values:		
1% level	-4.068290	
5% level	-3.462912	
10% level	-3.157836	

Conclusión:

- Acepten la hipótesis nula por cuanto el valor del ADF es menor en valor absoluto (menos negativo) que el valor crítico de McKinnon al 5%. (Transformen sus datos en logs, 1ras diferencias, tasas de cambio, etc)

Primera diferencia (Intercepto y 0 retardos):

	t-Statistics	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-6.630339	0.00000
Test Critical Values:		
1% level	-3.508326	
5% level	-2.895512	
10% level	-2.584952	

Conclusión:

- El estadístico **ADF, -6.630339**, es un número suficientemente negativo
- Rechacen la hipótesis nula a favor de estacionariedad por cuanto el valor del ADF (**-6.630339**) es mayor, en valor absoluto (más negativo) que cualesquiera de los valores críticos de MacKinnon
- Noten que la probabilidad asociada al estadístico **tau** (Prob) es menor que el nivel 0.05, lo cual ratifica el rechazo de la hipótesis nula de no estacionariedad

Prueba de Raíz Unitaria, Serie PDI

Level (Intercepto y tendencia y 3 retardos):

		t-Statistics	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-2.588254	0.2867
Test critical values:	1% level	-4.066981	
	5% level	-3.462292	
	10% level	-3.157475	

Conclusión:

- Acepten la hipótesis nula por cuanto el valor del ADF es menor en valor absoluto (menos negativo) que el valor crítico de McKinnon al 5%. (Transformen sus datos en logs, 1ras diferencias, tasas de cambio, etc)

Primera diferencia (Intercepto y 0 retardos):

		t-Statistics	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-9.636167	0.00000
Test Critical Values:	1% level	-3.508326	
	5% level	-2.895512	
	10% level	-2.584952	

Conclusión:

- El estadístico **ADF, -9.636167**, es un número suficientemente negativo
- Rechacen la hipótesis nula a favor de estacionariedad por cuanto el valor del ADF (**-9.636167**) es mayor, en valor absoluto (más negativo) que cualesquiera de los valores críticos de MacKinnon
- Noten que la probabilidad asociada al estadístico **tau** (Prob) es menor que el nivel 0.05, lo cual ratifica el rechazo de la hipótesis nula de no estacionariedad

Resultados de la Prueba ADF.

Análisis de Estacionariedad. Datos Trimestrales						
Series o Variables	Estadístico ADF	Estadístico DW	Número de Retardos	Incluye Intercepto	Incluye Tendencia	Orden de Integración
En Level						
PCE	-2.21528	2.0858	0	Si	No	I(1)
PDI	-2.58825	1.9384	0	No	Si	I(1)
En Primeras Diferencias:						
DPCE	-6.6303 *	2.0344	0	Si	No	I(0)
DPDI	-9.6361 *	2.0049	0	Si	No	I(0)
Valores críticos de MacKinnon para rechazar la hipótesis de raíz unitaria * Significante a cualquier nivel de significación: 1% 5% 10%..						

NOTAS:

1. El estadístico de Dickey Fuller (ADF o **tau**) es la prueba estándard de estacionariedad
2. Un valor positivo de **ADF** significa que la serie es definitivamente no estacionaria
3. Para que se pueda rechazar la hipótesis nula en favor de estacionariedad el estadístico ADF debe ser un número **suficientemente negativo**. Ejemplo de números suficientemente negativos: -6.6303 y -9.6361, respectivamente.
4. Rechace la hipótesis nula de no estacionariedad cuando el valor absoluto del estadístico ADF (**tau**) sea mayor en valor absoluto que el valor crítico de MacKinnon al nivel de significación seleccionado, normalmente el 5 %.
4. Un valor bajo del estadístico DW es indicativo de la necesidad de aumentar el número de retardos a fin de remover la autocorrelación en los valores de la serie.

Especificar y Estimar la Relación Funcional a Largo Plazo

Relación de Equilibrio a Largo Plazo

Dado que las series PCE e PDI resultaron ser integradas de orden I(1), vamos a especificar y estimar la siguiente función estática de consumo a largo plazo:

$$PCE_t = \alpha_0 + \alpha_1 PDI_t + \varepsilon_t$$

También se especificará una relación logarítmica de consumo por cuanto **la primera diferencia de los logaritmos de las variables** es equivalente a la tasa de crecimiento de las series. Dichas trasformaciones son importantes ya que **inducen estacionariedad**, además de facilitar la interpretación de los resultados

$$LPCE_t = \alpha_0 + \alpha_1 LPDI_t + \varepsilon_t$$

Al concluir la estimación guarden los residuos estimados a fin de determinar si existe o no cointegración, en un todo de acuerdo con el procedimiento de Engle-Granger, diapositiva 9

Procedimiento para Estimar la Relación a largo plazo

Clic en **Cerrar** (botón rojo, el inferior) para cerrar la Ventana del Grupo.

Clic en el menú **Quick** y seleccionen **Estimate Equation**

En el cuadro de nombre **Equation Specification**, escriban:

Primero el nombre de la variable dependiente **PCE**, dejen un espacio en blanco.

La constante C para calcular la ordenada en el origen, dejen un espacio

El o los nombres de las variables independientes separadas por espacios

Hagan Clic en el botón de comando **OK**

Resultados de la Estimación a largo Plazo

Dependent Variable: PCE

Method: Least Squares

Date: 05/10/03 Time: 07:39

Sample: 1970:1 1991:4

Included observations: 88

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-171.4412	22.91725	-7.480880	0.0000
PDI	0.967250	0.008069	119.8712	0.0000
R-squared	0.994051	Mean dependent var	2537.042	
Adjusted R-squared	0.993981	S.D. dependent var	463.1134	
S.E. of regression	35.92827	Akaike info criterion	10.02339	
Sum squared resid	111012.3	Schwarz criterion	10.07969	
Log likelihood	-439.0292	F-statistic	14369.10	
Durbin-Watson stat	0.531629	Prob(F-statistic)	0.000000	

Relación de Consumo estimada a largo Plazo:

$$\hat{PCE} = -171.4412 + 0.967250 * PDI$$

El término de error estimado por MCO a largo plazo \hat{U} , es una medida del desequilibrio en PCE con respecto a su trayectoria de largo Plazo. Se utilizará éste más adelante (diapositivas 52-55) para construir el Modelo de Corrección de Errores.

Análisis de los Resultados

1. La regresión estimada es espuria. De acuerdo con el criterio de Granger y Newbold las regresiones espurias son aquellas que exhiben las siguientes características:
 - No mantienen entre sí una relación causal.
 - La estimación de un modelo econométrico temporal proporciona elevada bondad del ajuste. En nuestro caso, $R^2 = \mathbf{0.99405}$.
 - un valor del estadístico Durbin-Watson relativamente bajo, indicativo de autocorrelación positiva. En nuestro caso el $DW=0.5316$
 - Se sospeche regresión espuria cuando se cumple que $R^2 > DW$
2. El bajo valor de DW indica auto correlación positiva en los errores.
3. El bajo valor de DW también puede ser indicativo de no Cointegración
4. PCE e PDI son series no estacionarias de orden I(1).
5. El signo estimado del coeficiente de la variable PDI resultó positivo tal como lo postula la Teoría Económica.

Guardar los Residuos Estimados

Guardar los Residuos Estimados

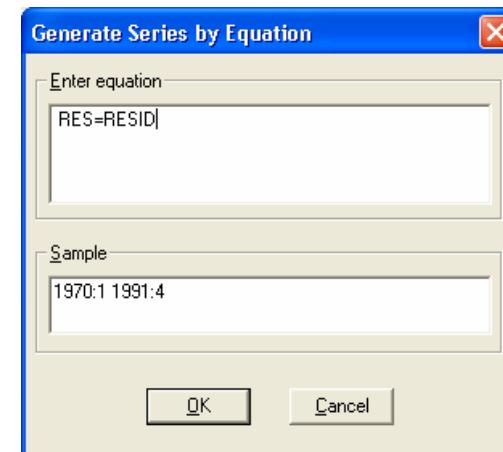
Procedimiento:

- Hagan clic en **Quick** y seleccionen el comando **Generate Series**

En la sección **Enter equation** escriban:

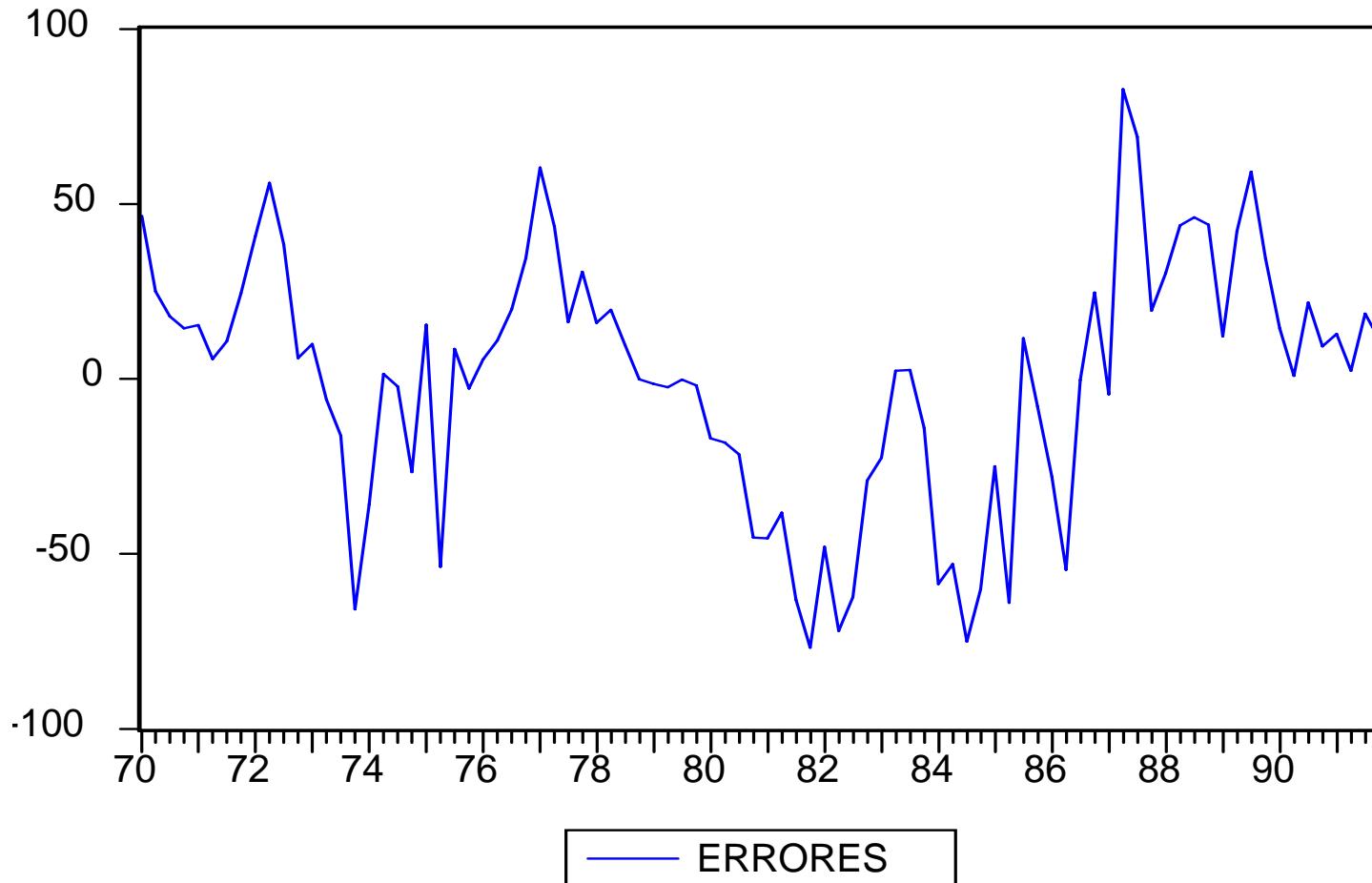
Res=Resid y opriman la tecla OK

- Clic en el botón **Cerrar**. Clic en **Yes** para cerrar la ventana de la ecuación
- Clic en el botón **Cerrar**. Clic en **Yes** para cerrar la ventana del grupo
- Doble clic sobre el icono **Res** en la ventana del archivo de trabajo.
- Hagan clic en la instrucción: **Clic en View – Graph – Line**.



El gráfico de los Residuos en la diapositiva 42 pareciera indicar que los mismos varían en torno a la media, varianza y covarianza, indicativo de estacionariedad

Prueba Informal de Cointegración en los Residuos



La inspección gráfica sugiere que los residuos son estacionarios

Pruebas Formales de Cointegración en los Residuos Estimados

Estacionariedad de los Residuos Estimados

La metodología tradicional de la regresión es aplicable a las series de tiempo sólo si los residuos estimados de la regresión son I(0) o estacionarios:

$$\hat{U}_t = PCE_t - \alpha_0 - \alpha_1 PDI_t$$

Para conocer si los residuos son estacionarios, estime la siguiente regresión:

$$\Delta \hat{U}_t = \beta \hat{U}_{t-1}$$

En donde:

$\Delta \hat{U}_t$ es la primera diferencia de los residuos estimados
 \hat{U}_{t-1} es el primer retardo de los residuos estimados.

Los resultados de dicha regresión se muestran en la diapositiva 45. Observen especialmente el valor del parámetro β . El mismo es estadísticamente significativo, aún al 1 %. En efecto, la probabilidad asociada al estadístico t, 0,0002, es menor que el nivel 0,05, con lo cual se rechaza la H_0 de no cointegración a favor de la hipótesis de cointegración. En la diapositiva 48 se ratifican estos resultados mediante la prueba formal ADF.

Resultados de la Estimación

Dependent Variable: dRES

Method: Least Squares

Date: 04/20/04 Time: 10:59

Sample(adjusted): 1970:2 1991:4

Included observations: 87 after adjusting endpoints

Variable	Coefficients	Std. Error	t-Statistico	Prob.
rRES	-0.275312	0.072852	-3.779071	0.0002
R-squared	0.142205	Mean dependent var	-0.405877	
Adjusted R-squared	0.142205	S.D. dependent var	26.19315	
S.E. of regression	24.25937	Akaike info criterion	9.226911	
Sum squared resid	50612.48	Schwarz criterion	9.255255	
Log likelihood	-400.3706	Durbin-Watson stat	2.277512	

NOTAS:

Residuos retardados en un período: rRES = **-0.276312**. Probabilidad = **0.0002**

Se rechaza la hipótesis nula H_0 : de no cointegración.

Se concluye que los residuos son $I(0)$ y en consecuencia las series están cointegradas

Prueba Dickey-Fuller Aumentada

Prueba ADF: Residuos Estimados

Cierren todas menos la ventana del **Archivo de trabajo**

Hagan doble clic sobre el icono de la serie **RES** para mostrar su contenido
Clic en **View** y seleccionen **Unit Root Test - Augmented Dickey Fuller**

En **Test type** seleccione Augmented Dickey Fuller

En **Test for Unit Root** seleccione **Level**

En **Include in Test equation** seleccione **None**

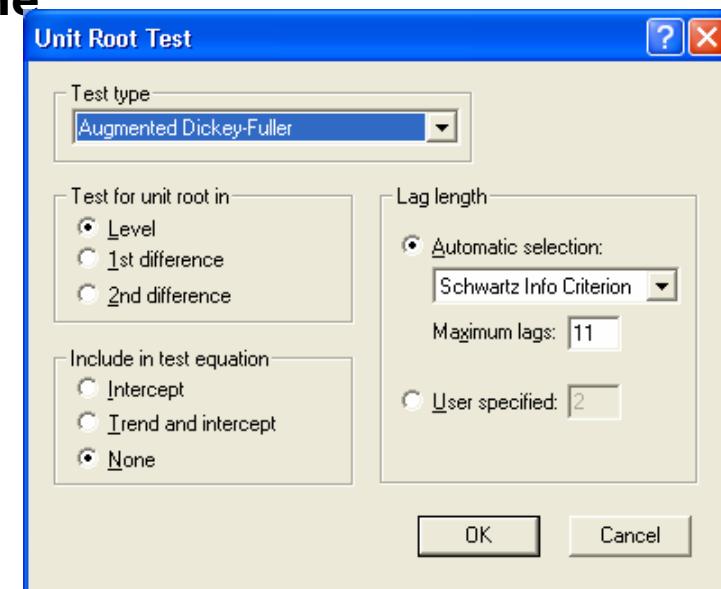
En **Lag length** seleccione **0**

Recuerden que la ecuación no tiene Intercepto

- tendencia, debido a que el error debe tener media igual a cero ya que no se espera que el mismo tenga una tendencia determinística

Ahora hagan clic en el botón **OK**

Vean los resultados en la diapositiva siguiente



Null Hypothesis: RES has a unit root

Exogenous: None

Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=11)

	t-Statistic	Prob. *
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-3.779071	0.0002
Test critical values:		
	1% level	-2.591813
	5% level	-1.944574
	10% level	-1.614315

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(RES)

Method: Least Squares

Date: 04/21/04 Time: 08:42

Sample(adjusted): 1970:2 1991:4

Included observations: 87 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RES(-1)	-0.275312	0.072852	-3.779071	0.0003
R-squared	0.142205	Mean dependent var	-0.405877	
Adjusted R-squared	0.142205	S.D. dependent var	26.19315	
S.E. of regression	24.25937	Akaike info criterion	9.226911	
Sum squared resid	50612.48	Schwarz criterion	9.255255	
Log likelihood	-400.3706	Durbin-Watson stat	2.277512	

Dado que el valor del estadístico ADF, **-3.779071**, es mayor en valor absoluto que cualesquiera de los valores críticos de McKinnon, al 1%, 5% y 10%, respectivamente, (vea notas al final de la diapositiva 34), se rechaza la H_0 de no cointegración y se concluye que los residuos están integrados de orden $I(0)$. Existe una relación estable a largo plazo, por lo que se dice que las variables PCE y DPI están cointegradas.

Prueba de Durbin-Watson sobre la Regresión de Cointegración (CRDW)

Prueba de Durbin-Watson sobre la Regresión de Cointegración (DWRC)

De acuerdo con Gujarati, pag.711, los valores críticos para esta prueba se basaron en 10.000 simulaciones, cada una de ellas conformada por 100 observaciones, obteniéndose los siguientes valores críticos:

$$\text{al } 1\% = 0.511; \quad \text{al } 5\% = 0.386; \quad \text{al } 10\% = 0.322$$

Planteamiento de hipótesis:

$H_0 : DW = 0$. Las variables no están cointegradas

$H_A : DW > 0$. Las variables están cointegradas

Regla de decisión:

Si $DW \leq 0.386 \Rightarrow$ No rechace a H_0 . Las Series no están coinegradas

Si $DW > 0.386 \Rightarrow$ Rechace a H_0 . Las Series están cointegradas

Conclusión:

Dado que el estadístico de DW, en la ecuación de largo plazo, es mayor que el valor crítico 0,386 (**0,531629 > 0,386**) se concluye que las variables cointegran

Mecanismo de Corrección de Errores (ECM)

Mecanismo de Corrección de Errores

Este Mecanismo, propuesto originalmente por Engle y Granger en el año 1987, tiene por finalidad ligar el comportamiento a Corto Plazo (CP) de las variables PCE y PDI con el comportamiento a Largo Plazo (LP) de las mismas:

Comportamiento de Corto Plazo: $\hat{U}_t = GCP_t - \alpha_0 - \alpha_1 IPD_t$
Comportamiento de Largo Plazo: $GCP_t = \alpha_0 + \alpha_1 IPD_t + \varepsilon_t$

El mecanismo más simple de Corrección de Errores es:

$$\Delta PCE_t = \alpha_0 + \alpha_1 \Delta PDI_t + \alpha_2 \hat{U}_{t-1} + \varepsilon_t$$

Dado que las series PCE y DPI están cointegradas, implica que hay una relación estable de equilibrio a largo plazo entre ellas; no obstante, en el corto plazo puede haber desequilibrio. El término error \hat{U}_t en la regresión de cointegración se interpreta como el error de equilibrio y es éste, precisamente, el que sirve para atar la conducta a corto plazo de la variable PCE con su valor a largo plazo.

- Δ Denota la primera diferencia de las variables PCE y DPI, respectivamente
- \hat{U}_{t-1} Es el mecanismo de corrección del error. Se usa para corregir el desequilibrio a corto plazo
- α_2 Es el parámetro de ajuste a corto plazo. La significación estadística de α_2 indica la proporción del desequilibrio en PCE, que es corregido en el siguiente período. Mientras más cerca esté α_2 de 1, más rápido será el ajuste hacia el equilibrio.

Estimación del ECM

Pasos previos para la estimación:

1. Calculen la primera diferencia de las variables PCE e DPI, respectivamente:
 - Clic en **Quick – Generate series** – escriban: $dPCE=PCE-PCE(-1)$. **OK**
 - Clic en **Quick – Generate series** – escriban: $dPDI=PDI-PDI(-1)$. **OK**
2. Calculen el primer retardo de los residuos estimados; es decir:
 - Clic en **Quick – Generate series** – escriban: $rRES=RES(-1)$. **OK**

Estimación del modelo ECM:

1. Hagan clic en **Quick – Estimate equation** – y escriban:
 - La variable dependiente en primeras diferencias, es decir: **dPCE**
 - Escriba la constante **C** para calcular la ordenada en el origen
 - La variable independiente en primeras diferencias, es decir: **dPDI**
 - Los residuos retardados en un período, es decir: **rRES**
2. Clic en el botón de comando **OK**

Resultados de la estimación en la diapositiva siguiente:

Resultados de la Estimación ECM

Dependent Variable: **dPCE**

Method: Least Squares

Date: 04/20/04 Time: 10:59

Sample(adjusted): 1970:2 1991:4

Included observations: 87 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistico	Prob.
C	11.69183	2.195675	5.324936	0.0000
dPDI	0.290602	0.069660	4.171715	0.0001
rRES	-0.086706	0.054180	-1.600311	0.1133
R-squared	0.171727	Mean dependent var		16.90345
Adjusted R-squared	0.152006	S.D. dependent var		18.29021
S.E. of regression	16.84283	Akaike info criterion		8.519601
Sum squared resid	23829.19	Schwarz criterion		8.604632
Log likelihood	-367.6026	F-statistic		8.707918
Durbin-Watson stat	1.923381	Prob(F-statistic)		0.000366

Función estimada:

$$d\hat{PCE} = 11.69183 + 0.290602 * dPDI - 0.086706 * \hat{u}_{t-1}$$

Análisis

Ecuación estimada escrita en primeras diferencias:

$$\Delta PCE = 11.69183 + 0.290602 * \Delta PDI - 0.086706 * U_{t-1}$$

El término **-0.086706*U_{t-1}** es el Mecanismo de Corrección de Errores (ECM).

Noten que el mismo presenta el signo correcto (negativo), pero la magnitud del coeficiente es pequeño e insignificante, ni siquiera al nivel 0.10 (**0.1133**). Vean diapositiva anterior

El signo negativo actúa para reducir el desequilibrio en el próximo período, en nuestro caso, trimestralmente. En efecto, si las variables están en desequilibrio en el período t-1, entonces el MCE actúa para restaurar las variables gradualmente hacia el equilibrio en el período t, o en el futuro. En el presente ejercicio se observa que la desviación del PCE respecto a su nivel de equilibrio de largo se corrige trimestralmente en un 9 por ciento, aproximadamente.

Según Jeremy Wakeford el coeficiente **-0.086706** representa la propensión marginal a consumir a largo plazo. Se le denomina parámetro de cointegración.

Prueba de Causalidad de Granger

Prueba de Causalidad de Granger

Prueba propuesta inicialmente por Granger en el año 1969 y popularizada posteriormente por Sims en el 72. Se aplica solo si las variables están cointegradas

La prueba implica estimar el siguiente par de ecuaciones mediante MCO:

$$[1] \quad PCE_t = \alpha_0 + \alpha_1 PCE_{t-1} + \dots + \alpha_l PCE_{t-l} + \beta_1 PDI_{t-1} + \dots + \beta_l PDI_{t-l} + \varepsilon_t$$

$$[2] \quad PDI_t = \alpha_0 + \alpha_1 PDI_{t-1} + \dots + \alpha_l PDI_{t-l} + \beta_1 PCE_{t-1} + \dots + \beta_l PCE_{t-l} + u_t$$

En donde PCE y DPI son las variables endógenas de interés, l es el número de retardos usados, α y β son los parámetros a ser estimados; ε_t y u_t son los errores o perturbaciones aleatorias, las cuales se encuentran incorrelacionadas.

La ecuación [1] postula que PCE está relacionada con sus valores pasados, así como también con los valores pasados de DPI. La ecuación [2] postula una conducta similar para DPI.

La idea central de la prueba consiste en determinar si los parámetros β_i que acompañan a las variables retardadas PDI y PCE, en las ecuaciones [1] y [2] respectivamente, son estadísticamente diferentes de cero. Esto es lo que recogen las pruebas de hipótesis planteadas en la diapositiva siguiente

La prueba sirve para determinar si una variable precede a otra

Hipótesis Nulas:

$H_0: \beta_1 = \dots = \beta_l = 0$ PDI "no causa-Granger" PCE – No existe causalidad

$H_0: \beta_1 = \dots = \beta_l = 0$ PCE "no causa-Granger" PDI – No existe causalidad

Hipótesis alternativas:

$H_1: \beta_1 \neq \dots \neq \beta_l \neq 0$ PDI "Causa-Granger" PCE

$H_1: \beta_1 \neq \dots \neq \beta_l \neq 0$ PCE "Causa-Granger" PDI

Estadístico para la prueba:

Eviews reporta el estadístico F como el estadístico de **Wald** a fin de probar las hipótesis nulas de que los coeficientes de los valores retardados de las otras variables son cero: $H_0: \beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_l = 0$

Además del estadístico mencionado, Eviews suministra en el output de la prueba la probabilidad asociada al estadístico F

Regla de decisión:

No rechace a H_0 si la probabilidad asociada al estadístico F es **> que 0,05**

Rechace a H_0 si la probabilidad asociada al estadístico F **es ≤ que 0,05**

Básicamente, la prueba de Causalidad de Granger distingue cuatro casos:

1. Causalidad unidireccional: PCE causa a DPI ($PCE \rightarrow DPI$).

Ocurre cuando los coeficientes estimados de la variable retardada DPI en la ecuación [1] son estadísticamente diferentes de 0; pero los coeficientes estimados de la variable retardada PCE en [2] no son estadísticamente diferentes de 0.

2. Causalidad unidireccional: PDI causa a PCE ($DPI \rightarrow PCE$)

Ocurre cuando los coeficientes estimados de la variable retardada DPI en la ecuación [1] no son estadísticamente diferentes de 0; pero los coeficientes estimados de la variable retardada PCE en la [2] son estadísticamente diferentes de 0.

4. Causalidad bidireccional: retroalimentacion entre PCE y DPI ($PCE \leftrightarrow DPI$)

Ocurre cuando los coeficientes estimados de la variable retardada DPI en la ecuación [1] y los coeficientes estimados de la variable retardada PCE en la [2] son ambos estadísticamente diferentes de 0

3. Independencia Causal:

Ocurre cuando ninguno de los coeficientes retardados de la variable DPI en la ecuación [1], ni los coeficientes retardados de la variable PCE en la [2] no son estadísticamente diferentes de cero

Procedimiento para realizar la prueba:

1. En el archivo de trabajo hagan clic en el ícono de la serie **PCE**
2. Manteniendo oprimida la tecla **Ctrl** hagan clic en la serie **DPI**
3. Clic con el botón derecho del ratón sobre las series seleccionadas
4. Clic en el comando **As a Group**
5. Clic en **Views** y seleccione **Granger Causality**
6. En **Lags to include**, escriba un número grande de retardos, 10 por eje.
7. Clic en el botón de comando **OK**

Resultados de la estimación:

View	Procs	Objects	Print	Name	Freeze	Sample	Sheet	Stats	Spec
Pairwise Granger Causality Tests									
Date: 11/07/05 Time: 19:35									
Sample: 1970:1 1991:4									
Lags: 10									
Null Hypothesis:				Obs		F-Statistic		Probability	
PDI does not Granger Cause PCE				78		1.58185		0.13560	
PCE does not Granger Cause PDI						2.67326		0.00941	

Conclusión:

Basado en los valores de la probabilidad mostrados en el cuadro de los resultados del Eviews, diapositiva 60, no se puede rechazar la hipótesis nula que **PDI no causa a PCE**, en el sentido de Granger.

No obstante, se rechaza la hipótesis que sostiene que **PCE no causa a PDI**, en el sentido de Granger. Por lo tanto, se desprende que la causalidad de Granger corre en una sola dirección, desde PCE hacia PDI.

Se desprende del rechazo de la hipótesis nula que la variable PCE precede a la variable PDI, lo que equivale a decir que los valores retardados de la variable PDI tienen un impacto significativo en la variable endógena PCE

Bibliografía

Engle, R. F. y Granger, C. W. J. (1989): Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing, *Econometrica*, volumen 55, páginas 251-276.

Gujarati, Damodar N. (1997). *Econometría*, Editorial McGraw-Hill Interamericana, SA , Santa Fe de Bogotá, Colombia, Cap. 21, pp.693-715

Mahía, Ramón. (Febrero 1999). Revisión de los Procedimientos de Análisis de la Estacionariedad de las Series Temporales.

<http://www.uam.es/otroscentros/klein/doctras/doctra9901.pdf>

Sosa Escudero, Walter. (2000). A Primer on Unit-Roots ans Cointegration.
<http://www.depeco.econo.unlp.edu.ar/trabdoce/docen3.pdf>

Department of Economics, SUNY-oswego, Jane Kane. (11-12-2003) Online Statistical Calculators and Tables. Related Links.

<http://www.oswego.edu/~kane/econometrics/calculators.htm>

Batchelor., Roy. (2000). Eviews Tutorial: Cointegration and Error Correction.
<http://www.staff.city.ac.uk/r.a.batchelor/Eviews2.pdf>

Miller, Rom. (Dec 1996) **Problem Set #8: Time Series**
<http://www.columbia.edu/~rm170/ps8.html>

The University of StrathClyde. Cointegration Analysis in Practice. Engle Granger 2 Step, an 1 Step Estimation Procedure: mlecture14.ppt
http://www.economics.strath.ac.uk/pg/mod/ae_files/mlecture14.ppt

Bill Hung. (October, 2000). Dickey-fuller unit root test (stationary test).
<Http://www.Hkbu.Edu.Hk/~billhung/econ3600/application/app01/app01.Html>

Wakeford, Jeremy. Honours econometrics: Time series econometrics.
Stationarity, unit roots and cointegration
<http://www.Commerce.Uct.Ac.Za/economics/courses/eco416z/2004/time%20series.Doc>

Clive w. J. Granger. Revista asturiana de economía (2003). Análisis de series temporales,cointegración y aplicaciones

<http://www.Revistaasturianadeeconomia.Org/raepdf/30/granger.Pdf>

Guisan, Carmen. (2002). Causalidad y cointegracion en modelos Econometricos:
Aplicaciones a los países de la OCDE y limitaciones de los test de cointegracion
<http://www.Usc.Es/~economet/aaeadepdf/aaeade61.Pdf>

Roche, Maurice. Unit roots and non –stationary time series,
http://www.May.Ie/academic/economics/mroche /ec609_1.Ppt

Asteriou, Dimitrios. (June, 2001). Notas sobre análisis de series de tiempo:
estacionariedad, integración y cointegración (H.L. Mata, trans.).

<http://webdelprofesor.ula.ve/economia/hmata/Calificaciones/Procedimiento%20Engle%20Granger.pdf>

University of Melbourne. (2002). Topic 3. Stationary Multivariate Time Series Models. Granger Causality.

http://www.economics.unimelb.edu.au/subject_pages/2002/semester2/316-350/TOPIC3.pdf

Clive W. J. Granger. (2003). Análisis de Series Temporales, Cointegración y Aplicaciones. <http://www.revistaasturianadeeconomia.org/raepdf/30/GRANGER.pdf>

Ana Cecilia Kikut Valverde, Bernal Laverde Molina, Jorge León Murillo, Evelyn Muñoz Salas, Mario Rojas Sánchez, Álvaro Solera Ramírez y Carlos Torres Gutiérrez (2003). Aspectos teóricos sobre algunos temas econométricos.

<http://www.bccr.fi.cr/ndie/Documentos/DIE-01-2003-NT-ASPECTOS%20TEORICOS%20SOBRE%20TEMAS%20ECONOMETRICOS.pdf>